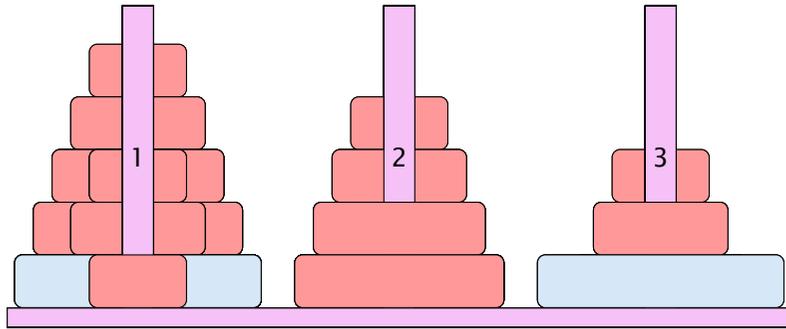


9 Türme von Hanoi



- ▶ Bewege Stapel von links nach rechts.
- ▶ In jedem Zug darf genau ein Ring bewegt werden.
- ▶ Es darf nie ein größerer auf einen kleineren Ring gelegt werden.

9 Türme von Hanoi

Idee

- ▶ Für Turm der Höhe $h = 0$ ist das Problem trivial.
- ▶ Falls $h > 0$ zerlegen wir das Problem in drei Teilprobleme:
 1. Versetze oberen $h - 1$ Ringe auf freien Platz
 2. Bewege die unterste Scheibe zum Ziel
 3. Versetze die zwischengelagerten Ringe zum Ziel
- ▶ Versetzen eines Turms der Höhe $h > 0$ erfordert also zweimaliges Versetzen eines Turms der Höhe $h - 1$.

Es gibt keine andere Möglichkeit!!!

Implementierung

```
1 public static void move(int h, byte a, byte b) {
2     if (h > 0) {
3         byte c = free(a,b);
4         move(h-1,a,c);
5         write("move "+a+" to "+b+"\n");
6         move(h-1,c,b);
7     }
8 }
```

... bleibt die Ermittlung des freien Rings

Beobachtung

Offenbar hängt das Ergebnis nur von der Summe der beiden Argumente ab...

	0	1	2
0		2	1
1	2		0
2	1	0	

free(x,y)

	0	1	2
0		1	2
1	1		3
2	2	3	

sum(x,y)

Implementierung

Um solche Tabellen leicht implementieren zu können stellt Java das `switch`-statement zur Verfügung:

```
1 public static byte free(byte a, byte b) {
2     switch (a + b) {
3         case 1: return 2;
4         case 2: return 1;
5         case 3: return 0;
6         default: return -1;
7     }
8 }
```

Allgemeines Switch-Statement

```
switch (expr) {
    case const0: (ss0)? (break;)?
    case const1: (ss1)? (break;)?
    ...
    case constk-1: (ssk-1)? (break;)?
    (default: ssk)?
}
```

- ▶ `expr` sollte eine ganze Zahl/char, oder ein String sein.
- ▶ Die `consti` sind Konstanten des gleichen Typs.
- ▶ Die `ssi` sind alternative Statement-Folgen.
- ▶ `default` ist für den Fall, dass keine der Konstanten zutrifft
- ▶ Fehlt ein `break`-Statement, wird mit den Statement-Folgen der nächsten Alternative fortgefahren!

Beispiel:

Dies dient nur als Beispiel für die `switch`-Anweisung. Im vorliegenden Fall wäre es übersichtlicher für jeden Monat einen eigenen `case` einzuführen (d.h., kein `default`), und den „fall-through“ in den jeweils nächsten `case` zu vermeiden.

```
1 int numOfDay;
2 boolean schaltjahr = true;
3 switch (monat) {
4     case "April":
5     case "Juni":
6     case "September":
7     case "November":
8         numOfDay = 30;
9         break;
10    case "Februar":
11        if (schaltjahr)
12            numOfDay = 29;
13        else
14            numOfDay = 28;
15        break;
16    default:
17        numOfDay = 31;
18 }
```

monat darf nicht null sein; man kann nicht mithilfe eines `switch`-statements gegen null testen.

Der Bedingungsoperator

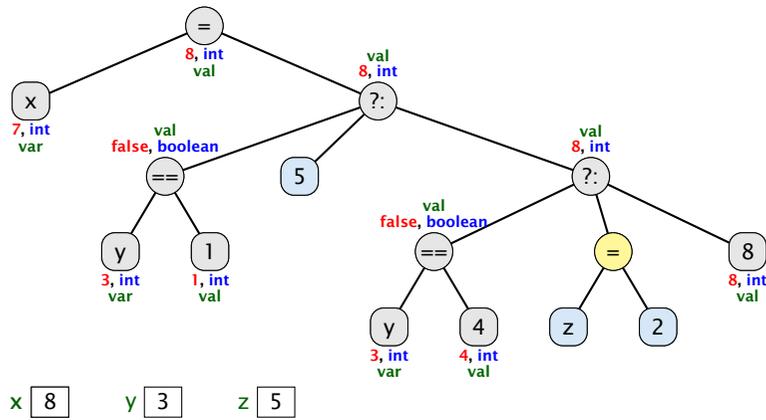
Eine Alternative zu einem `switch` ist der **Bedingungsoperator**:

condition ? expr1 : expr2

Der Bedingungsoperator

symbol	name	types	L/R	level
? :	Bedingungsoperator	boolean, 2*typ	rechts	14

Beispiel: $x = y == 1 ? 5 : y == 4 ? z = 2 : 8$



Beispiel

```
numOfDays =
    "Januar".equals(monat) ? 31 :
    "Februar".equals(monat) ? (schaltjahr ? 29 : 28) :
    "Maerz".equals(monat) ? 31 :
    "April".equals(monat) ? 30 :
    "Mai".equals(monat) ? 31 :
    "Juni".equals(monat) ? 30 :
    "Juli".equals(monat) ? 31 :
    "August".equals(monat) ? 31 :
    "September".equals(monat) ? 30 :
    "Oktober".equals(monat) ? 31 :
    "November".equals(monat) ? 30 :
    "Dezember".equals(monat) ? 31 :
    -1 ;
```

`String` ist ein Referenzdatentyp. Ein Vergleich `monat == "Januar"` vergleicht nur die Referenzen, der `Strings` `monat` und `"Januar"`. Die sind im allgemeinen unterschiedlich, auch wenn `monat` und `"Januar"` den gleichen Inhalt haben.

Implementierung

Für unseren Fall geht das viel einfacher:

```
1 public static byte free(byte a, byte b) {
2     return (byte) (3 -(a+b));
3 }
```

9 Türme von Hanoi

Bemerkungen:

- ▶ `move()` ist rekursiv, aber nicht end-rekursiv.
- ▶ Sei $N(h)$ die Anzahl der ausgegebenen Moves für einen Turm der Höhe $h \geq 0$. Dann ist

$$N(h) = \begin{cases} 0 & \text{für } h = 0 \\ 1 + 2N(h - 1) & \text{andernfalls} \end{cases}$$

- ▶ Folglich ist $N(h) = 2^h - 1$.
- ▶ Bei genauerer Analyse des Problems lässt sich auch ein nicht ganz so einfacher nicht-rekursiver Algorithmus finden.

Hinweis: Offenbar rückt die kleinste Scheibe in jedem zweiten Schritt eine Position weiter...