8 Anwendung: Suchen

Gegeben: Folge a ganzer Zahlen; Element x

Gesucht: Wo kommt x in a vor?

Naives Vorgehen:

- Vergleiche x der Reihe nach mit a[0], a[1], usw.
- Finden wir i mit a[i] == x, geben wir i aus.
- Andernfalls geben wir -1 aus: „Element nicht gefunden“!

Naives Suchen

```java
public static int find(int[] a, int x) {
    int i = 0;
    while (i < a.length && a[i] != x)
        ++i;
    if (i == a.length)
        return -1;
    else
        return i;
}
```

Naives Suchen

Beispiel

7

Animation ist nur in der Vorlesungsversion der Folien vorhanden.

yes

Naives Suchen

- Im Beispiel benötigen wir 7 Vergleiche
- Im schlimmsten Fall (worst case) benötigen wir bei einem Feld der Länge n sogar n Vergleiche.
- Kommt x tatsächlich im Feld vor, benötigen wir selbst im Durchschnitt $(n+1)/2$ Vergleiche.

...geht das nicht besser?

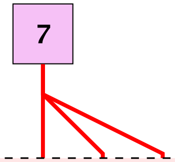
Binäre Suche

Idee:

- Sortiere das Feld.
- Vergleiche x mit dem Wert, der in der Mitte steht.
- Liegt Gleichheit vor, sind wir fertig.
- Ist x kleiner, brauchen wir nur noch links weitersuchen.
- Ist x größer, brauchen wir nur noch rechts weiter suchen.

$\Longrightarrow$ binäre Suche

Beispiel



Animation ist nur in der Vorlesungsversion der Folien vorhanden.

- wir benötigen nur drei Vergleiche
- hat das Feld $2^n - 1$ Elemente, benötigen wir maximal n Vergleiche

Implementierung

Idee:

Führe Hilfsfunktion

```
public static int find0(int[] a,int x,int n1,int n2)
```

ein, die im Interval $[n1, n2]$ sucht.

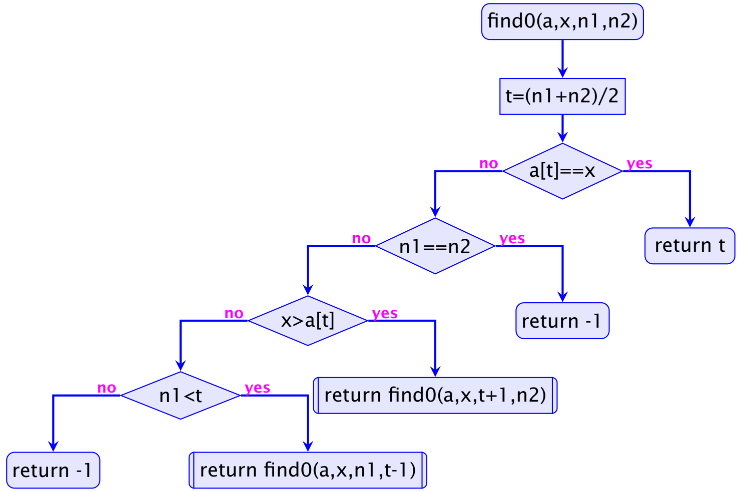
Damit:

```
public static int find(int[] a, int x) {
    return find0(a,x,0,a.length-1);
}
```


Implementierung

```
public static int find0(int[] a, int x, int n1, int n2) {
    int t = (n1 + n2) / 2;
    if (a[t] == x)
        return t;
    else if (n1 == n2)
        return -1;
    else if (x > a[t])
        return find0(a, x, t+1, n2);
    else if (n1 < t)
        return find0(a, x, n1, t-1);
    else return -1;
}
```

Kontrollflussdiagramm für find0

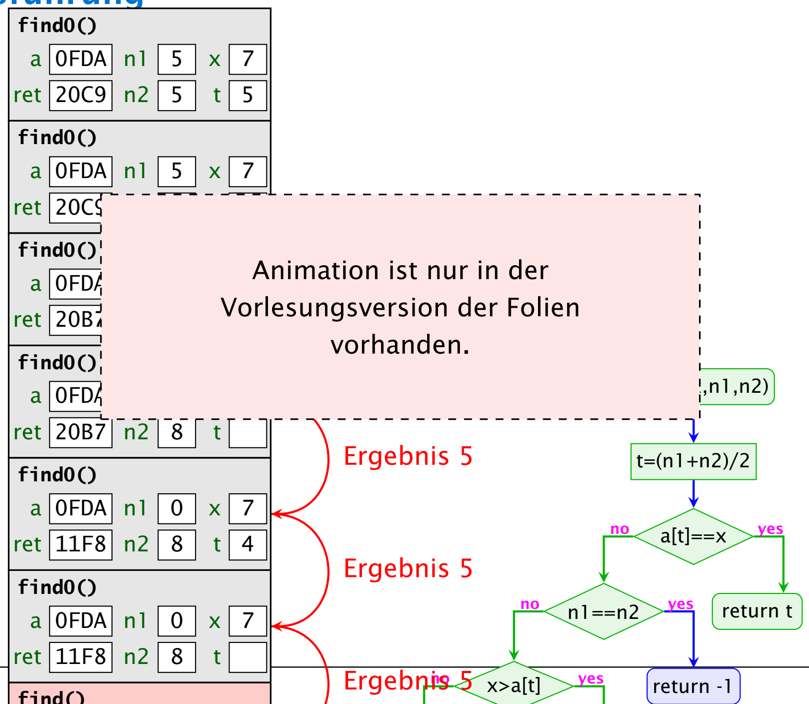


Implementierung

Erläuterungen:

- zwei der return-Statements enthalten einen Funktionsaufruf – deshalb die Markierungen an den entsprechenden Knoten.
- (Wir hätten stattdessen auch zwei Knoten und eine Hilfsvariable result einführen können)
- find0() ruft sich selbst auf.
- Funktionen, die sich selbst (evt. mittelbar) aufrufen, heißen rekursiv.

Ausführung



Animation ist nur in der Vorlesungsversion der Folien vorhanden.

Terminierung

Um zu beweisen, dass find0() terminiert, beobachten wir:

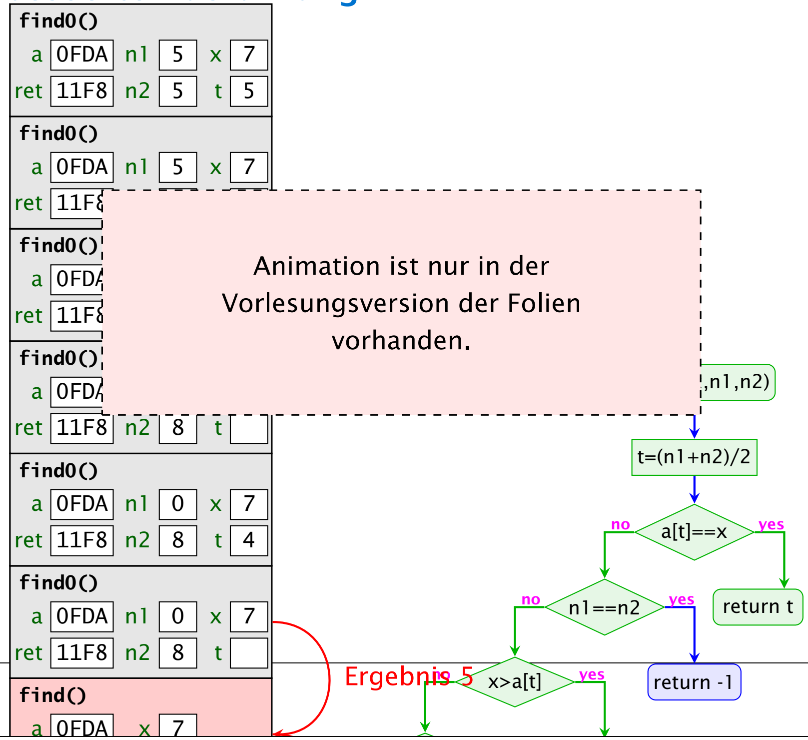
1. Wird find0() für ein einelementiges Intervall [n,n] aufgerufen, dann terminiert der Funktionsaufruf direkt.
2. wird find0() für ein Intervall [n1,n2] aufgerufen mit mehr als einem Element, dann terminiert der Aufruf entweder direkt (weil x gefunden wurde), oder find0() wird mit einem Intervall aufgerufen, das echt in [n1,n2] enthalten ist, genauer: sogar maximal die Hälfte der Elemente von [n1,n2] enthält.

Ähnliche Beweistechnik wird auch für andere rekursive Funktionen verwendet.

Beobachtung

- Das Ergebnis eines Aufrufs von `find0()` liefert direkt das Ergebnis auch für die aufrufende Funktion!
- Solche Rekursion heißt End- oder Tail-Rekursion.
- End-Rekursion kann auch ohne Aufrufkeller implementiert werden...
- **Idee:** lege den neuen Aufruf von `find0()` nicht oben auf den Stapel drauf, sondern ersetze den bereits dort liegenden Aufruf!

Verbesserte Ausführung

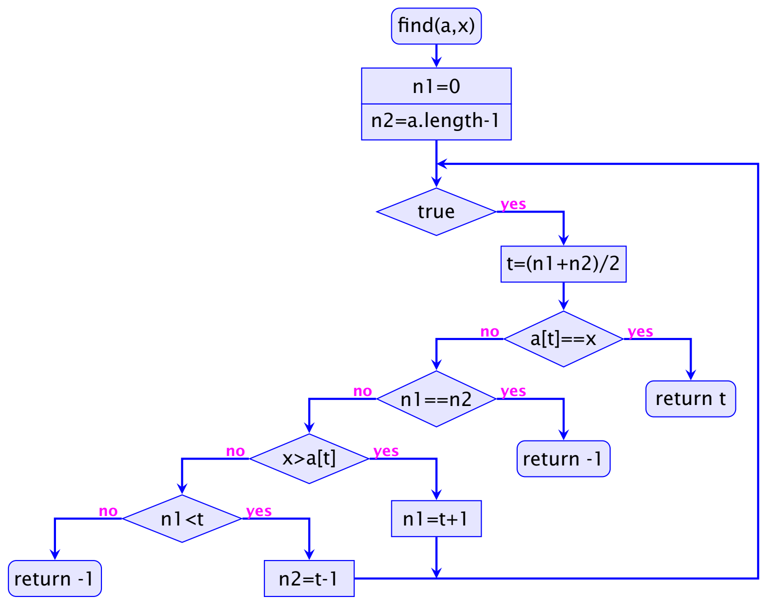


Endrekursion

Endrekursion kann durch Iteration ersetzt werden...

```java
public static int find(int[] a, int x) {
    int n1 = 0;
    int n2 = a.length-1;
    while (true) {
        int t = (n2 + n1) / 2;
        if (x == a[t]) return t;
        else if (n1 == n2) return -1;
        else if (x > a[t]) n1 = t+1;
        else if (n1 < t) n2 = t-1;
        else return -1;
    } // end of while
} // end of find
```

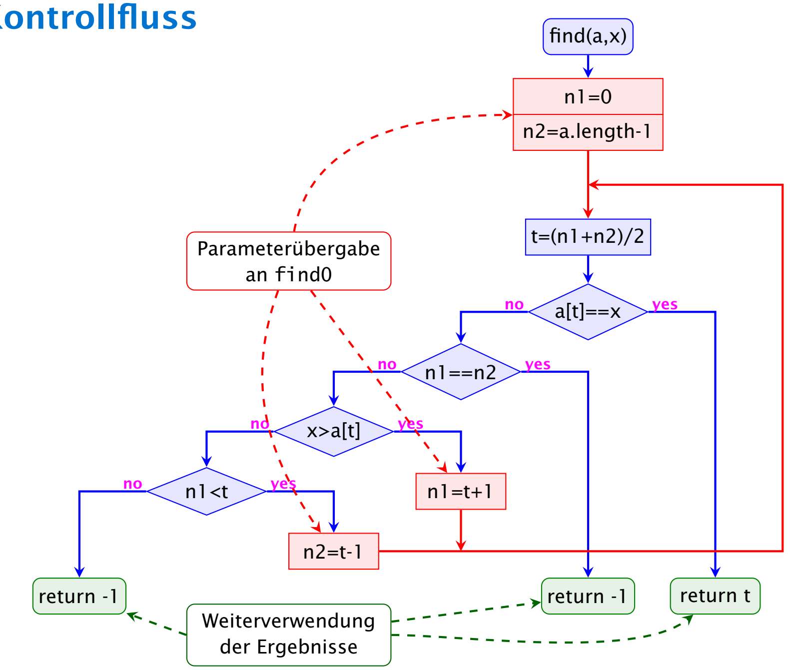

Kontrollfluss



Verlassen von Schleifen

- Die Schleife wird hier alleine durch die `return`-Anweisungen verlassen.
- Offenbar machen Schleifen mit mehreren Ausgängen Sinn.
- Um eine Schleife zu verlassen, ohne gleich ans Ende der Funktion zu springen, kann man das `break`-Statement benutzen.
- Der Aufruf der endrekursiven Funktion wird ersetzt durch:
  1. Code zur Parameter-Übergabe;
  2. einen Sprung an den Anfang des Rumpfs.

Kontrollfluss



Rekursion

Bemerkung

- Jede Rekursion läßt sich beseitigen, indem man den Aufruf-Keller **explizit** verwaltet.
- Nur im Falle von Endrekursion kann man auf den Keller verzichten.
- Rekursion ist trotzdem nützlich, weil rekursive Programme oft leichter zu verstehen sind als äquivalente Programme ohne Rekursion...