SS 2005

Einführung in die Informatik IV

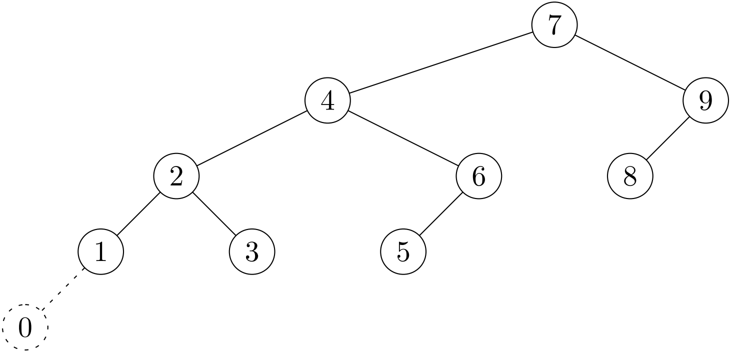
Ernst W. Mayr

Fakultät für Informatik
TU München

http://www14.in.tum.de/lehre/2005SS/info4/index.html.de

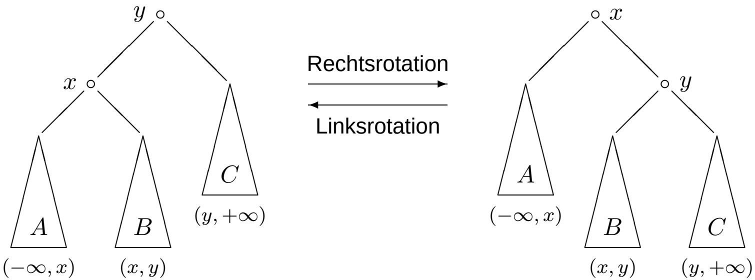
1. Juli 2005

Beispiel 182 (Einfügen eines Knotens in AVL-Baum)

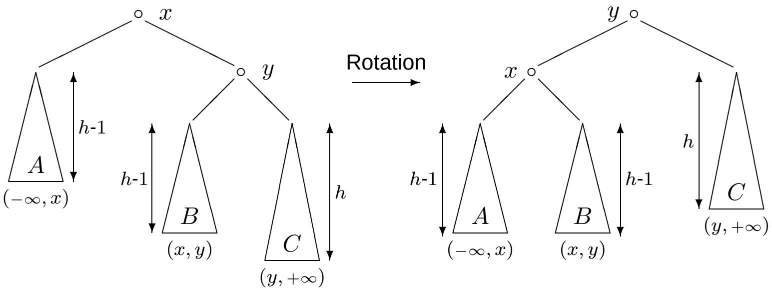


Zur Wiederherstellung der Höhenbedingung benutzen wir so genannte Rotationen und Doppelrotationen.

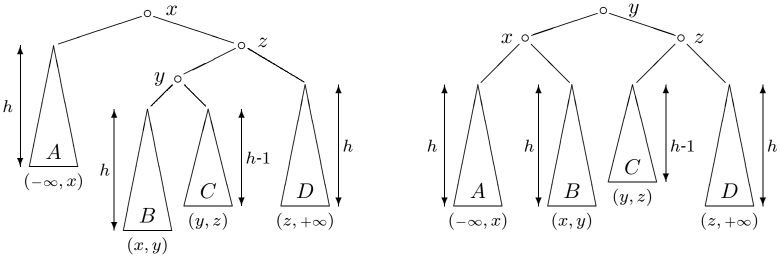
Beispiel 183 (Rotation um (x, y):)



Beispiel 184 (Wiederherstellung der Höhenbedingung)



Beispiel 185 (Doppelrotation zur Rebalancierung)



Zur Rebalancierung des AVL-Baums sind Rotationen und Doppelrotationen nur entlang des Pfades zum eingefügten Knoten erforderlich. Damit ergibt sich

Lemma 186

In einen AVL-Baum mit n Knoten kann ein neuer Schlüssel in Zeit $O(\log n)$ eingefügt werden.

Ebenso kann man zeigen

Lemma 187

In einen AVL-Baum mit n Knoten kann ein im Baum vorhandener Schlüssel in Zeit $O(\log n)$ gelöscht werden.

Damit

Satz 188

In einem AVL-Baum mit n Knoten kann jede Wörterbuch-Operation in Zeit $O(\log n)$ ausgeführt werden.

Zur Rebalancierung des AVL-Baums sind Rotationen und Doppelrotationen nur entlang des Pfades zum eingefügten Knoten erforderlich. Damit ergibt sich

Lemma 186

In einen AVL-Baum mit n *Knoten kann ein neuer Schlüssel in Zeit* $O(\log n)$ *eingefügt werden.*

Ebenso kann man zeigen

Lemma 187

In einen AVL-Baum mit n *Knoten kann ein im Baum vorhandener Schlüssel in Zeit* $O(\log n)$ *gelöscht werden.*

Damit

Satz 188

In einem AVL-Baum mit n *Knoten kann jede Wörterbuch-Operation in Zeit* $O(\log n)$ *ausgeführt werden.*

Zur Rebalancierung des AVL-Baums sind Rotationen und Doppelrotationen nur entlang des Pfades zum eingefügten Knoten erforderlich. Damit ergibt sich

Lemma 186

In einen AVL-Baum mit n Knoten kann ein neuer Schlüssel in Zeit $O(\log n)$ eingefügt werden.

Ebenso kann man zeigen

Lemma 187

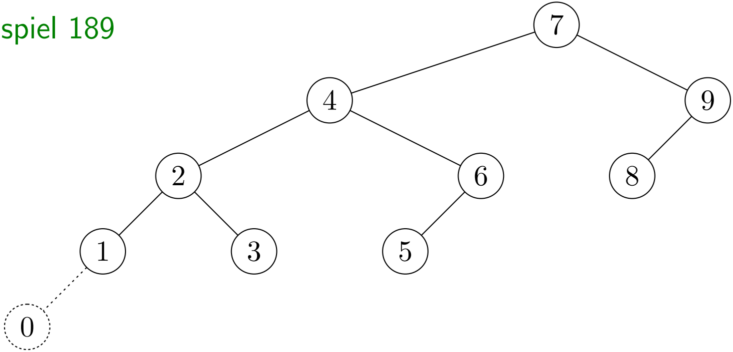
In einen AVL-Baum mit n Knoten kann ein im Baum vorhandener Schlüssel in Zeit $O(\log n)$ gelöscht werden.

Damit

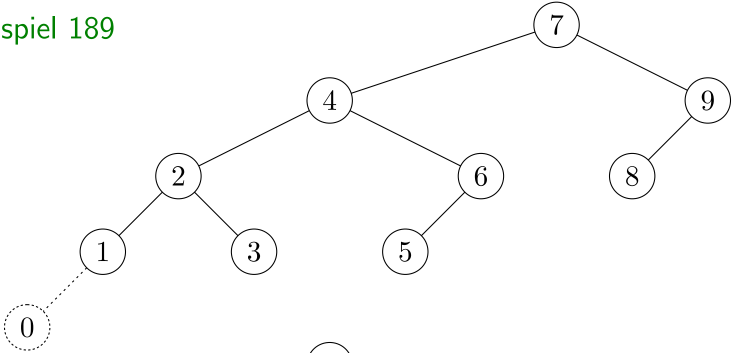
Satz 188

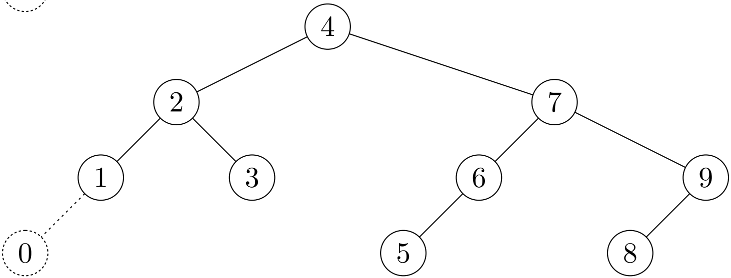
In einem AVL-Baum mit n Knoten kann jede Wörterbuch-Operation in Zeit $O(\log n)$ ausgeführt werden.

Beispiel 189

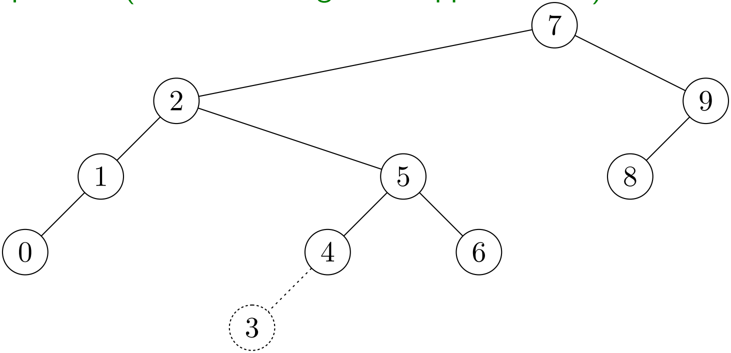


Beispiel 189

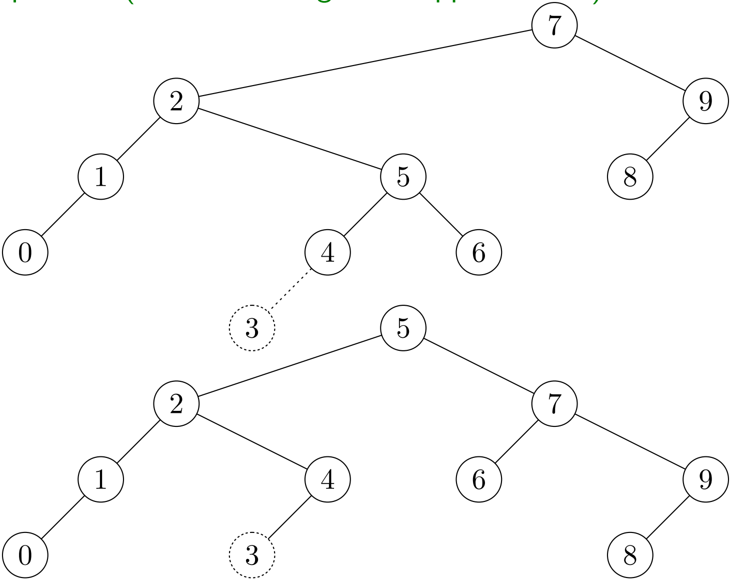




Beispiel 190 (Rebalancierung mit Doppelrotation)



Beispiel 190 (Rebalancierung mit Doppelrotation)



3.3 (a, b)-Bäume

Definition 191

Ein (a, b)-Baum ist ein externer Suchbaum, für den gilt:

1. alle Blätter haben die gleiche Tiefe
2. alle internen Knoten haben $\leq b$ Kinder
3. alle internen Knoten außer der Wurzel haben $\geq a$, die Wurzel hat ≥ 2 Kinder
4. $b \geq 2a - 1$
5. in jedem internen Knoten sind jeweils die größten Schlüssel seiner Unterbäume mit Ausnahme des letzten gespeichert

3.3 (a, b)-Bäume

Definition 191

Ein (a, b)-Baum ist ein externer Suchbaum, für den gilt:

1. alle Blätter haben die gleiche Tiefe
2. alle internen Knoten haben $\leq b$ Kinder
3. alle internen Knoten außer der Wurzel haben $\geq a$, die Wurzel hat ≥ 2 Kinder
4. $b \geq 2a - 1$
5. in jedem internen Knoten sind jeweils die größten Schlüssel seiner Unterbäume mit Ausnahme des letzten gespeichert

3.3 (a, b)-Bäume

Definition 191

Ein (a, b)-Baum ist ein externer Suchbaum, für den gilt:

1. alle Blätter haben die gleiche Tiefe
2. alle internen Knoten haben $\leq b$ Kinder
3. alle internen Knoten außer der Wurzel haben $\geq a$, die Wurzel hat ≥ 2 Kinder
4. $b \geq 2a - 1$
5. in jedem internen Knoten sind jeweils die größten Schlüssel seiner Unterbäume mit Ausnahme des letzten gespeichert

3.3 (a, b)-Bäume

Definition 191

Ein (a, b)-Baum ist ein externer Suchbaum, für den gilt:

1. alle Blätter haben die gleiche Tiefe
2. alle internen Knoten haben $\leq b$ Kinder
3. alle internen Knoten außer der Wurzel haben $\geq a$, die Wurzel hat ≥ 2 Kinder
4. $b \geq 2a - 1$
5. in jedem internen Knoten sind jeweils die größten Schlüssel seiner Unterbäume mit Ausnahme des letzten gespeichert

3.3 (a, b)-Bäume

Definition 191

Ein (a, b)-Baum ist ein externer Suchbaum, für den gilt:

1. alle Blätter haben die gleiche Tiefe
2. alle internen Knoten haben $\leq b$ Kinder
3. alle internen Knoten außer der Wurzel haben $\geq a$, die Wurzel hat ≥ 2 Kinder
4. $b \geq 2a - 1$
5. in jedem internen Knoten sind jeweils die größten Schlüssel seiner Unterbäume mit Ausnahme des letzten gespeichert

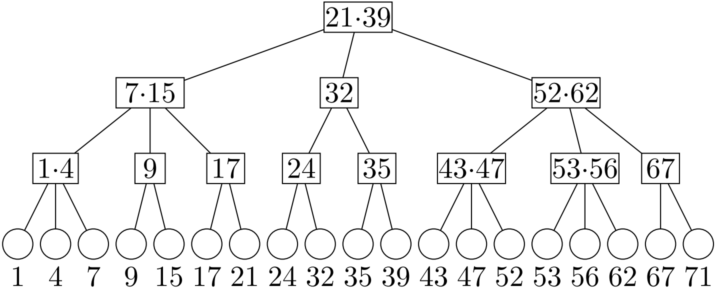
3.3 (a, b)-Bäume

Definition 191

Ein (a, b)-Baum ist ein externer Suchbaum, für den gilt:

1. alle Blätter haben die gleiche Tiefe
2. alle internen Knoten haben $\leq b$ Kinder
3. alle internen Knoten außer der Wurzel haben $\geq a$, die Wurzel hat ≥ 2 Kinder
4. $b \geq 2a - 1$
5. in jedem internen Knoten sind jeweils die größten Schlüssel seiner Unterbäume mit Ausnahme des letzten gespeichert

Beispiel 192



Bemerkung:

(a, b)-Bäume mit $b = 2a - 1$ heißen auch B-Bäume. Diese wurden erstmals in einer Arbeit von R. Bayer und E.M. McCreight im Jahr 1970 beschrieben. (2,3)-Bäume wurden von J. Hopcroft ebenfalls 1970 eingeführt.

Insert-Operation: Übersteigt durch eine Insert-Operation ein Knoten die Anzahl der zulässigen Kinder, so wird er in zwei Knoten geteilt.

Delete-Operation: Fällt durch eine Delete-Operation die Anzahl der Kinder eines Knoten unter a, so wird ein Kind vom linken oder rechten Geschwister des Knoten adoptiert.

Bemerkung:
(a, b)-Bäume mit $b = 2a - 1$ heißen auch B-Bäume. Diese wurden erstmals in einer Arbeit von R. Bayer und E.M. McCreight im Jahr 1970 beschrieben. (2,3)-Bäume wurden von J. Hopcroft ebenfalls 1970 eingeführt.

Insert-Operation: Übersteigt durch eine Insert-Operation ein Knoten die Anzahl der zulässigen Kinder, so wird er in zwei Knoten geteilt.

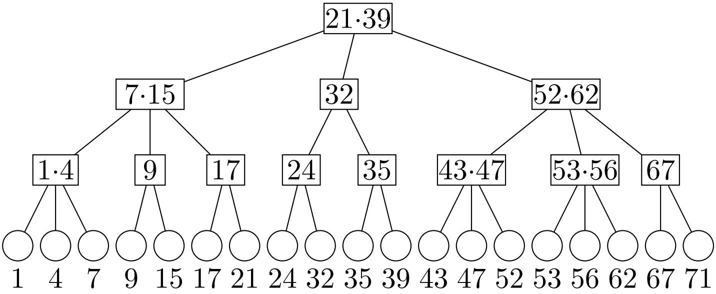
Delete-Operation: Fällt durch eine Delete-Operation die Anzahl der Kinder eines Knoten unter a, so wird ein Kind vom linken oder rechten Geschwister des Knoten adoptiert.

Bemerkung:
(a, b)-Bäume mit $b = 2a - 1$ heißen auch B-Bäume. Diese wurden erstmals in einer Arbeit von R. Bayer und E.M. McCreight im Jahr 1970 beschrieben. (2,3)-Bäume wurden von J. Hopcroft ebenfalls 1970 eingeführt.

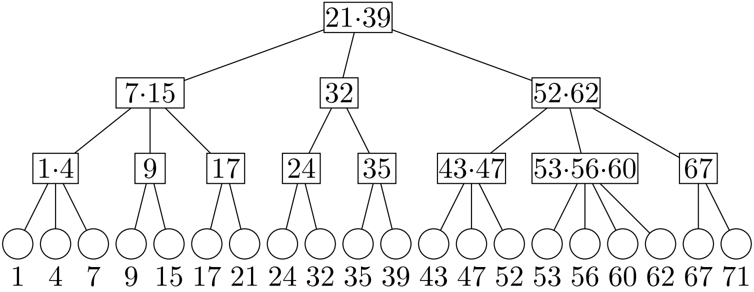
Insert-Operation: Übersteigt durch eine Insert-Operation ein Knoten die Anzahl der zulässigen Kinder, so wird er in zwei Knoten geteilt.

Delete-Operation: Fällt durch eine Delete-Operation die Anzahl der Kinder eines Knoten unter a, so wird ein Kind vom linken oder rechten Geschwister des Knoten adoptiert.

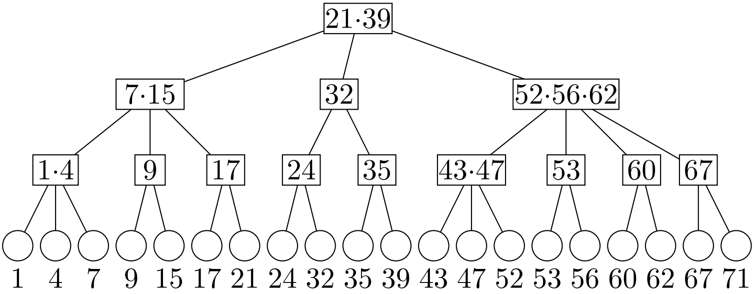
Beispiel 193 (Füge „60“ in (2,3)-Baum ein:)



Beispiel 193 (Füge „60“ in (2,3)-Baum ein:)



Beispiel 193 (Füge „60“ in (2,3)-Baum ein:)



Beispiel 193 (Füge „60“ in (2,3)-Baum ein:)